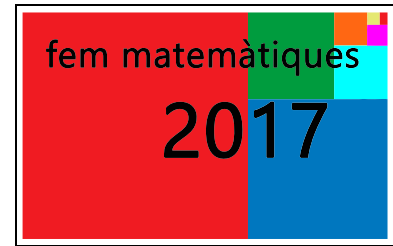


Primera fase

2n d'ESO (Nivell 3)



Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de **tres** o **quatre** alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valora, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions.

Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat.

D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.

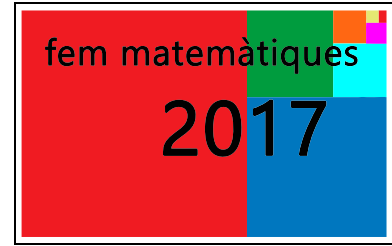
També cal assenyalar que en el problema 2 per calcular les àrees dels quadrats no cal saber gaires fórmules ni el teorema de Pitàgoras.

Al final, després dels enunciats, hi ha un full quadriculat que us pot ajudar per fer assajos i resoldre el problema 2.



Problemes 1a fase

2n d'ESO (Nivell 3)



1. Travessant el riu.

En una de les ribes d'un riu hi ha un grup de persones, algunes són adultes i d'altres són nens. Per passar a l'altra riba disposen d'una barca que, o bé pot portar un adult tot sol, o bé pot portar fins a tres nens. Sabem que totes les persones saben remar i que està permès que un nen viatgi sol a la barca.

Cada vegada que la barca passa d'una riba a l'altra direm que la barca ha fet un viatge. Heu de calcular quin és el nombre més petit de viatges que ha de fer la barca, en cada cas, per traslladar a l'altra riba el grup de persones. També heu d'explicar quines persones van a la barca a cadascun dels viatges.

- El grup de persones està format per tres nens i, o bé dos adults, o bé tres adults, o bé quatre adults, o bé cinc adults, o bé quaranta-set adults, o bé cinquanta adults.
- Ara el grup de persones està format, sempre per quatre nens i, o bé tres adults, o bé quatre adults, o bé quaranta-set adults, o bé cinquanta adults.
- Sabem que per traslladar un grup ha calgut que la barca fes 185 viatges. Podeu donar dues composicions diferents d'aquest grup de persones?

2. Dibuixeu quadrats.

Teniu una quadrícula quadrada 4×4 , és a dir, formada per 16 quadrats petits i 25 nodes (un *node* és un punt on es tallen dues línies de la quadrícula). També podeu suposar que l'àrea de cada quadrat petit és 1. Es tracta que marqueu quatre nodes de manera que en unir-los es formi un quadrat.

a) Marqueu quatre nodes que formin un quadrat d'àrea 2. Quants quadrats també d'àrea 2 podeu dibuixar a la quadrícula?

b) Busqueu altres maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat i indiqueu en cada cas quina és l'àrea del quadrat. Quins són tots els valors possibles de les àrees dels quadrats? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea i quants n'hi ha.

c) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat.

• Ara la quadrícula és 5×5 , té 25 quadrats petits i 36 nodes.

a) Quins són els valors de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea.

b) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat.

• Ara la quadrícula és 6×6 , té 36 quadrats petits i 49 nodes.

a) Quins són els valors de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea i expliqueu com obtindríeu els altres quadrats de la mateixa àrea.

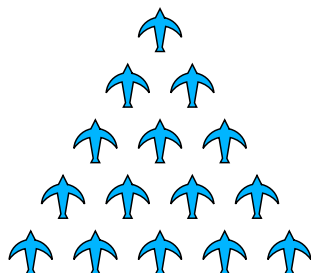
b) Calculeu el nombre total de maneres de marcar quatre nodes que determinin un quadrat.

• En el cas que la quadrícula sigui 9×9 , digueu quins són els valors possibles de les àrees dels quadrats que es poden formar marcant quatre nodes? Marqueu, per a cada valor possible de l'àrea, quatre nodes que determinin un quadrat d'aquesta àrea

3. Esbarts d'ocells triangulars.

Durant les migracions hi ha alguns ocells que volen formant un triangle perquè d'aquesta manera estalvien energia. En tot el problema parlarem d'*esbart triangular* o simplement d'*esbart* per referir-nos a un grup d'ocells, sempre més d'un ocell, que volen en formació de triangle equilàter.

A la figura següent es mostra una formació de vol que té cinc files, direm que és una formació de rang 5 i que denotarem T_5 .



Observeu que aquesta formació té $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ ocells. Escrivem $T_5 = 15$. La formació de rang 6 té $T_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = T_5 + 6 = 21$ ocells.

a) Feu una taula on es mostri el nombre d'ocells de les formacions T_2, T_3, T_4, \dots fins a T_{20} .

- Quan es troben dos esbarts triangulars tendeixen a unir-se per formar un esbart més gran. Normalment l'esbart de rang més petit s'afegeix a les files posteriors del de rang més gran però també ho poden fer a l'inrevés.

b) Considereu un esbart volant en formació T_5 i digueu amb quins esbarts de rang més gran o més petit es pot unir per formar un esbart més gran. En cada cas expliqueu com s'uneixen i quin rang té l'esbart que en resulta.

c) Feu el mateix de l'apartat anterior per als esbarts T_8, T_9 i T_{12} .

d) L'esbart que vola en formació $T_{14} = 105$ amb quins esbarts es pot unir per formar un esbart de rang més gran? Com s'uneixen i quin rang té l'esbart que en resulta?

- Podeu comprovar que de tots els esbarts que hi ha a la taula de l'apartat a), el T_{14} i el T_{20} són els que tenen més possibilitats de trobar un altre esbart per unir-se i formar un esbart de rang més gran.

e) Podríeu explicar per què es produeix aquest fet?

- Considereu esbarts de rang més gran que 20. Es pot comprovar que (però no us demanem que ho feu):

L'esbart més petit que té més possibilitats que el T_{20} per unir-se a un altre esbart i formar-ne un de rang més gran és el $T_{35} = 630$.

Dels esbarts de rang entre 20 i 35, només el $T_{21} = 231$, el $T_{26} = 351$, el $T_{27} = 378$, el $T_{29} = 435$, el $T_{30} = 465$, el $T_{33} = 561$ i el $T_{34} = 595$ tenen el mateix nombre de possibilitats d'unir-se a un altre esbart que el T_{20} .

f) Podríeu explicar la raó d'aquests fets?

