



Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de **tres** o **quatre** alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera per participar-hi.

En el Fem Matemàtiques valorem, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions.

Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat.

D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.

Al final, després dels enunciats, hi ha un annex que us ajudarà a resoldre cadascun dels tres reptes. Per al problema 1 hi ha una graella amb hexàgons, octàgons i pentadecàgons que us ajudarà a dibuixar els diversos triangles, és possible que en algun apartat necessiteu més d'una graella.

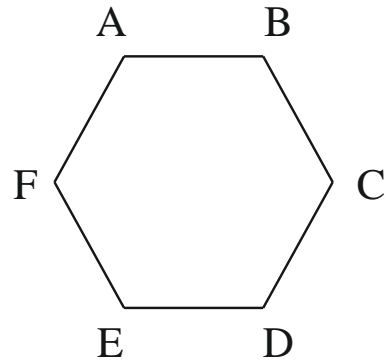
Després, per al segon problema hi ha les 5 tires que heu de retallar i manipular per a resoldre l'apartat d.

Finalment, trobareu uns taulers per a solucionar el tercer repte.

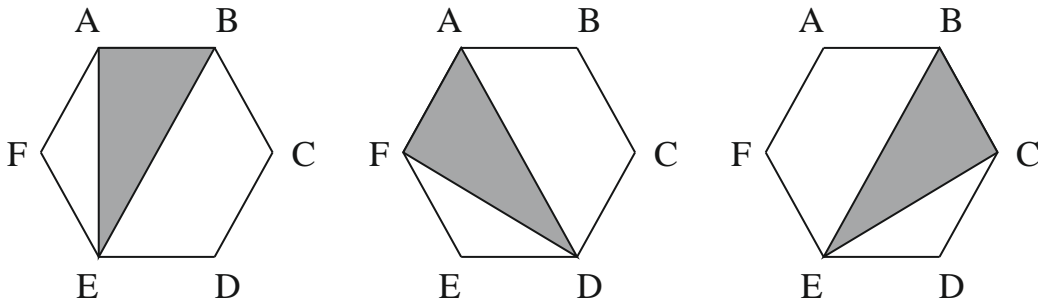
L'últim consell és que gaudiu resolent problemes de matemàtiques

1.- **Construïm triangles i quadrilàters**

Sigui un hexàgon regular ABCDEF. Utilitzant tres dels seus sis vèrtexs es poden construir diversos triangles: ABC, ACD, BCD, etc...



a) Podríeu dir quants triangles diferents hi pot haver, tenint en compte que dos triangles són iguals si el segon està girat respecte el primer, o és simètric, tal com pots observar a la figura de baix.



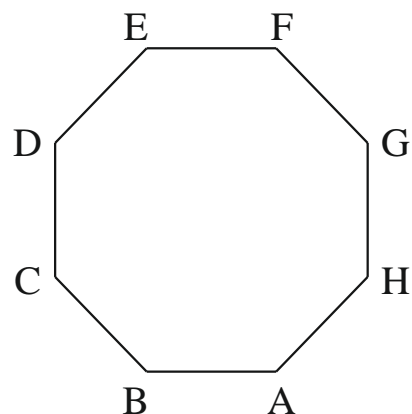
b) Podríeu dir quants quadrilàters diferents hi poden haver utilitzant 4 vèrtexs de l'hexàgon. Podríeu classificar aquests quadrilàters, és a dir, argumenteu si és un quadrat, rectangle, rombe, romboide, trapezi o trapezoide

c) Si es té un octàgon regular ABCDEFGH i s'utilitza tres dels seus vuit vèrtexs es poden construir diversos triangles: ABC, ACD, BCD, etc...

Podríeu dir quants triangles diferents hi pot haver?

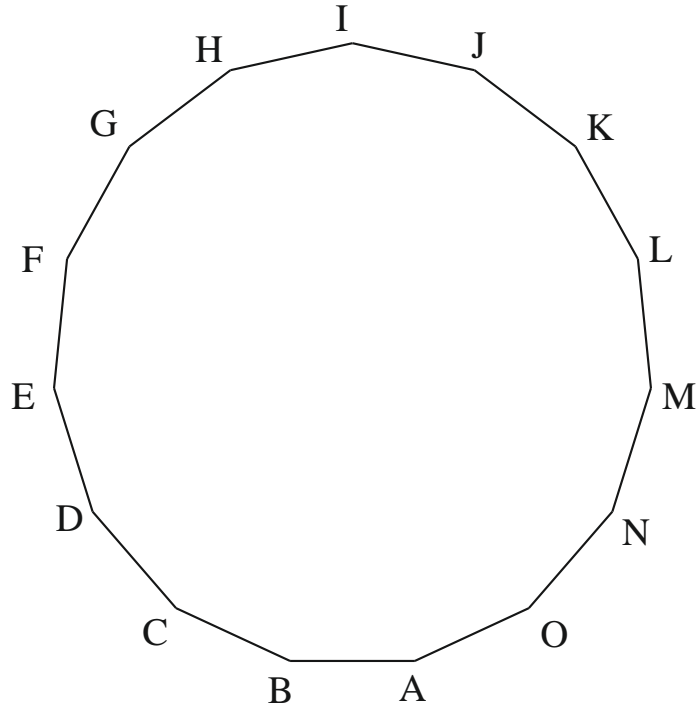
d) I quants quadrilàters diferents es poden construir?

Els podríeu classificar?



e) Si es té un pentadecàgon regular ABCDEFGHIJLMNO i s'utilitza tres dels seus quinze vèrtexs es poden construir diversos triangles: ABC, ACD, BCD, etc...

Podríeu dir quants triangles diferents hi pot haver?



f) I quants quadrilàters ?

Classifiqueu aquests quadrilàters

2.- **Juguem i comptem**

En cadascun dels apartats següents heu d'esbrinar si hi ha una sola solució, o pel contrari n'hi ha diverses; en aquest cas heu d'apuntar totes les solucions possibles. En els apartats f) i g) només cal donar una solució.

En els dos primers apartats es tracta de substituir les lletres per nombres, de manera que dues lletres iguals corresponen a 2 xifres iguals, 2 lletres diferents corresponen a dos nombres diferents i cap lletra inicial pot ser 0, és a dir, cap nombre pot començar per 0.

a) Resoleu el següent enigma en francès:

$$\text{CHINE} + \text{ASIE} = \text{JAPON}$$

A part s'ha de complir que: AS és un cub

JA i JAP són quadrats perfectes

b) Resoleu el següent enigma

$$\text{Si } \begin{cases} \text{PERA} \times \text{E} = 19138 \\ \text{PERA} \times \text{A} = 10936 \end{cases}$$

Trobeu $P + A + R + E$

c) Observeu el requadre de sota i podeu comprovar que la suma dels elements de cada fila sumen el mateix i el producte dels elements de cada columna, també és el mateix.

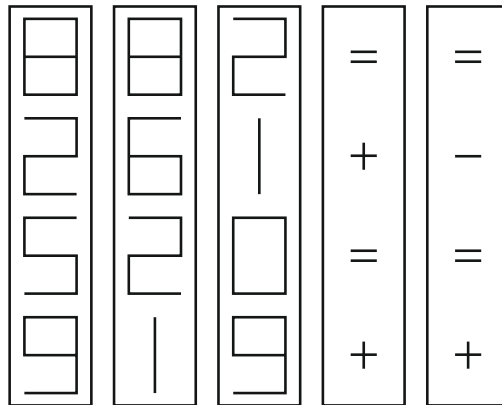
| | | |
|----|----|----|
| 2 | 20 | 15 |
| 30 | 3 | 4 |

La suma dels nombres de la primera fila és $2 + 20 + 15 = 37$, els nombres de la segona fila sumen també 37, $30 + 4 + 7 = 37$, i els productes de cada columna dona 60, ja que $2 \times 30 = 20 \times 3 = 15 \times 4$.

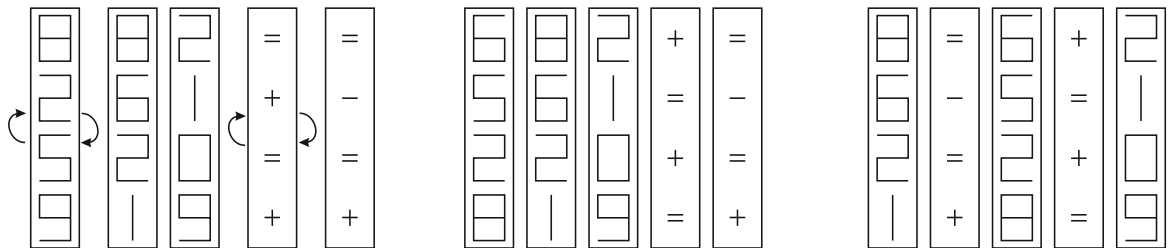
Completeu la següent taula de manera que el producte dels nombres de cada columna sigui el mateix i que la suma dels elements de cada fila sigui també el mateix

| | | | |
|---|---|----|---|
| 2 | | | |
| | 5 | 10 | 4 |

d) Les tires verticals contenen 4 xifres o símbols matemàtics. Reordeneu aquestes tires, algunes de les quals s'han de posar al revés, de manera que es compleixen les igualtats de cada fila. Per exemple si tenim:

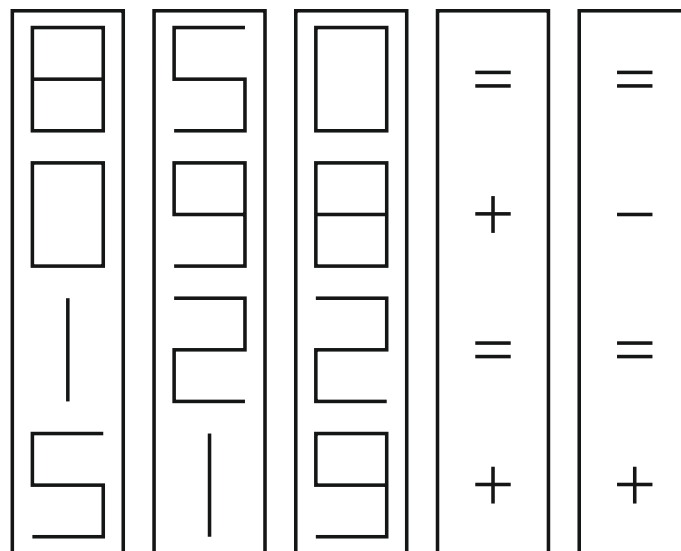


Aleshores, es giren la primera i la quarta tira, i després s'ordenen.



I, efectivament, es compleix: $8 = 6 + 2$, $6 - 5 = 1$, $2 = 2 + 0$ i $1 + 8 = 9$.

Intenteu fer el mateix amb aquestes 5 tires:



- e) La Conjectura de Goldbach diu: *Tot nombre enter parell superior a 2 es pot escriure com a suma de dos nombres primers.*

Poseu el 18 com a suma de dos nombres primers

Poseu el 100 com a suma de dos nombres primers

Doneu totes les solucions possibles

- f) El teorema dels quatre quadrats diu que *qualsevol nombre natural es pot posar com a suma de, com a molt, 4 quadrats.*

Exemples: $3 = 1^2 + 1^2 + 1^2$

$$31 = 5^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2$$

Podríeu posar el 2018 com a suma d'exactament quatre quadrats?

I com a suma d'exactament 3 quadrats

I com a suma de dos quadrats?

I de sis cubs diferents de 0?

I de cinc cubs?

- g) El nombre 100 es pot posar, amb operacions combinades utilitzant únicament sis 4, per exemple

$$100 = (4 \cdot 4 + 4) \cdot \left(4 + \frac{4}{4}\right) \text{ o bé } 100 = 44 \cdot \sqrt{4} + 4 + 4 + 4$$

Utilitzant només la xifra 4 i operacions elementals, suma, resta, multiplicació, divisió, arrel quadrada, potenciació, parèntesis; poseu els nombres 40, 60 i 80 utilitzant exactament quatre 4.

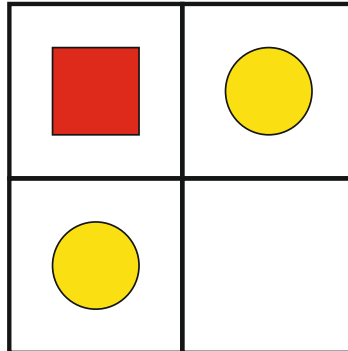
Poseu el nombre 2018 utilitzant exactament vuit 4.

Poseu el 2018 utilitzant exactament set 4

Poseu el 2018 utilitzant exactament sis 4

3.- **Fitxes i taulers**

Sigui un tauler format per 2 x 2 quadrats i dos fitxes circulars i una quadrada, tal i com es veu a la figura:



En aquest tauler es pot moure una fitxa cap una altra casella, sempre que al seu costat hi hagi una casella buida, només es pot moure en horitzontal o vertical i mai en diagonal

a) Si cada vegada que movem una fitxa es compta un moviment, quin és el nombre mínim de moviments que haurem de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

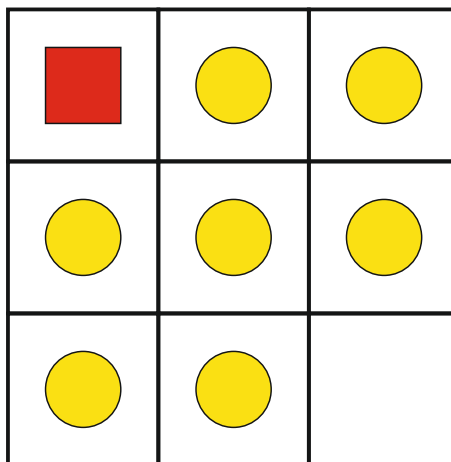
Podeu fer en exactament 15 moviments per aconseguir col·locar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

I en 16?

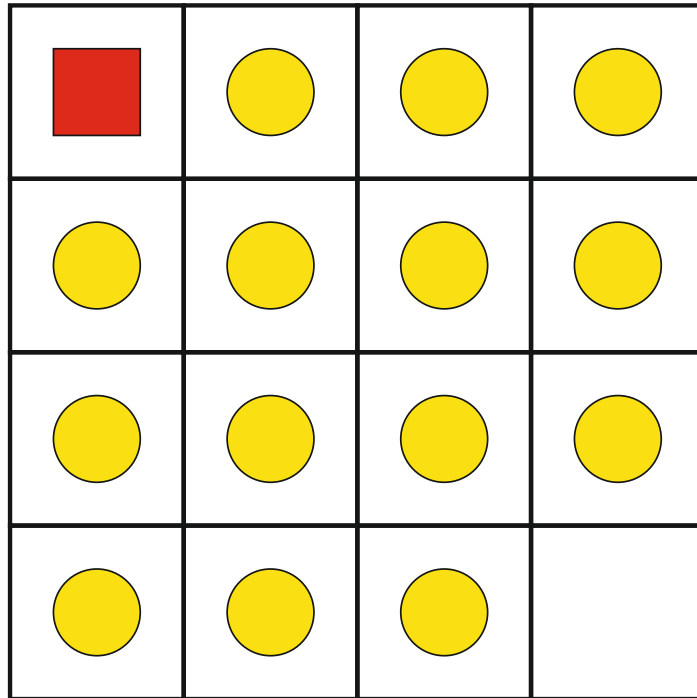
b) I si les dimensions del tauler són de 3 x 3, quin és el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

Podeu fer en exactament 30 moviments per aconseguir col·locar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

I en 31?



c) I si el tauler és de 4 x 4, quin és el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per a aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

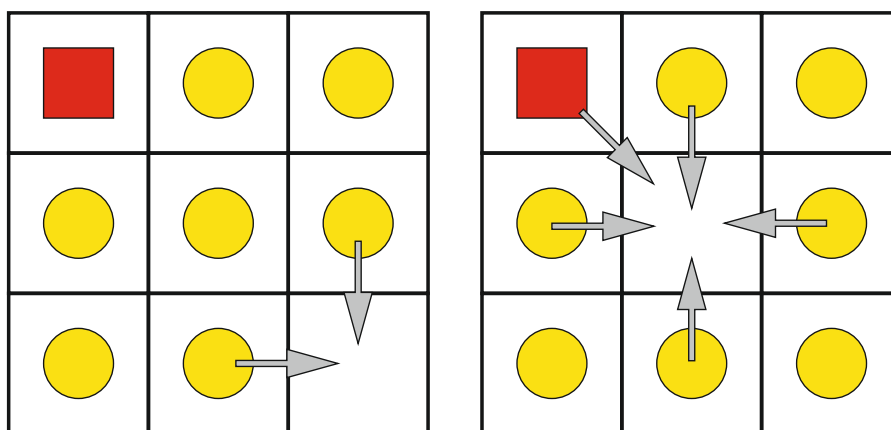


d) Quines haurien de ser les dimensions del tauler per tal que el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per a aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida siguin 101?

I en 325 moviments?

Ara es canvien les regles, les fitxes circulars només es poden moure en horitzontal i vertical quan la casella contigua és buida però la quadrada només es pot moure en diagonal sempre i quan hi hagi una casella buida que toqui en un vèrtex de la casella.

Exemple de moviments, només es poden moure les fitxes que tenen una fletxa i s'han de moure cap a la casella buida



e) Amb les noves normes quin haurà de ser el nombre mínim de moviments per a portar la fitxa quadrada fins a la casella buida si les dimensions del tauler és de 2×2 ?

f) I si el tauler és de 3×3 ?

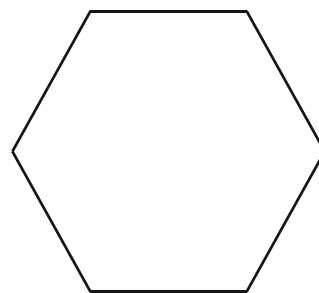
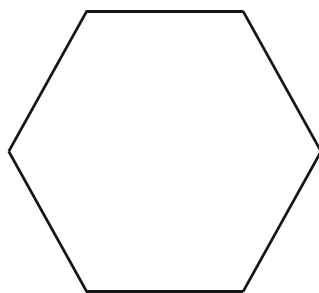
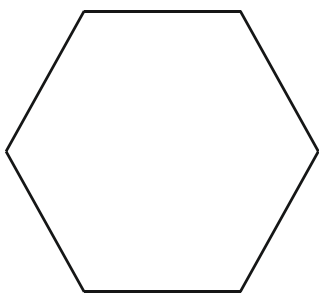
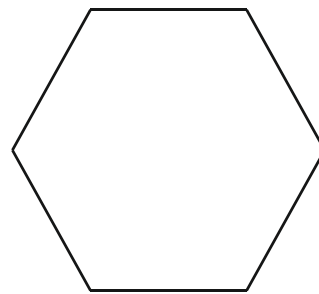
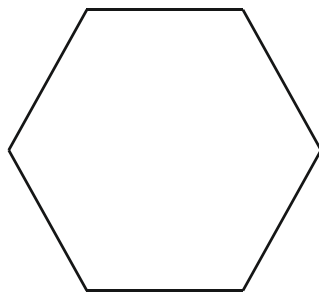
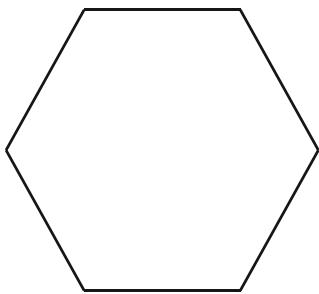
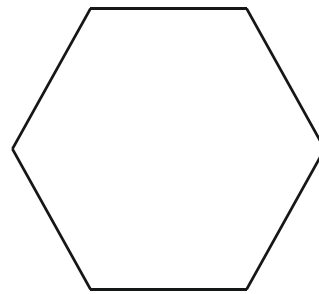
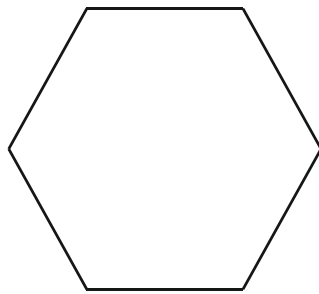
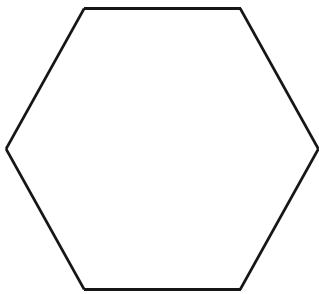
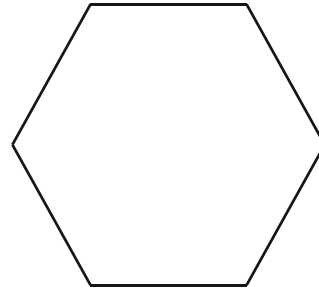
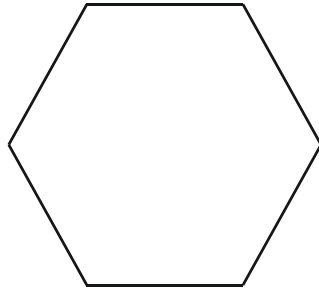
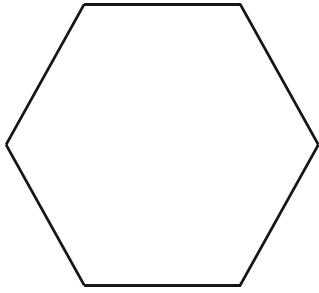
g) I si és de 4×4 ?

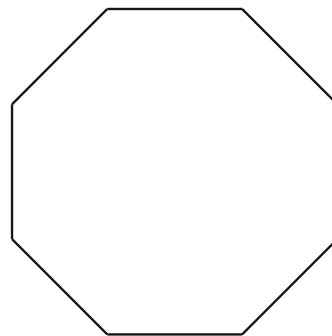
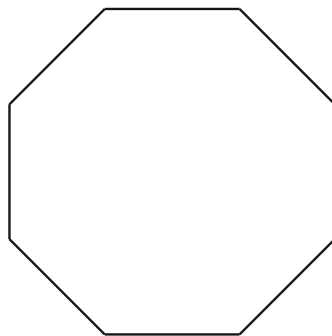
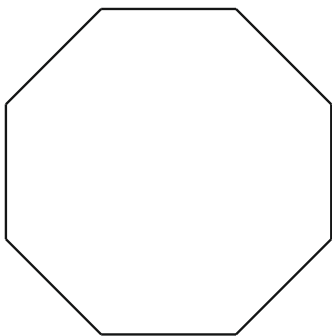
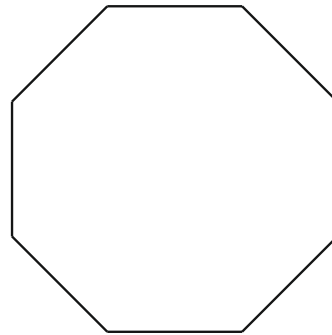
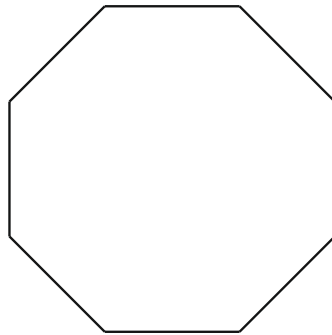
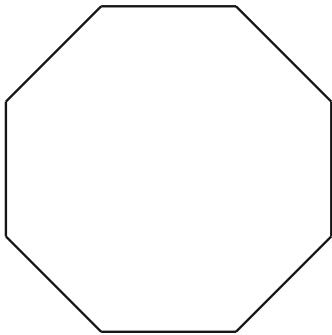
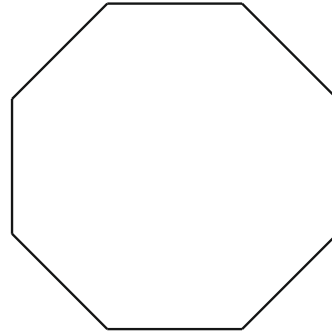
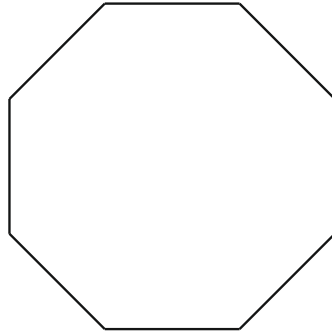
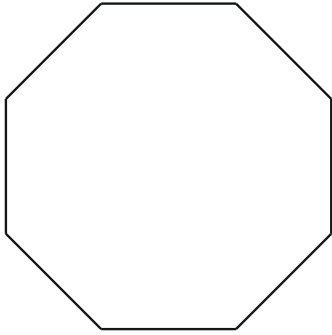
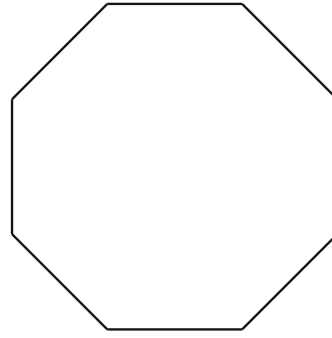
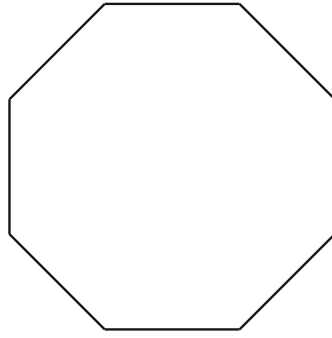
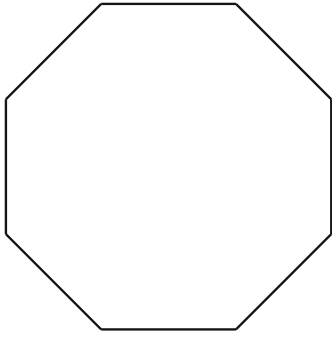
h) Quines haurien de ser les dimensions del tauler per tal que el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida siguin 120?

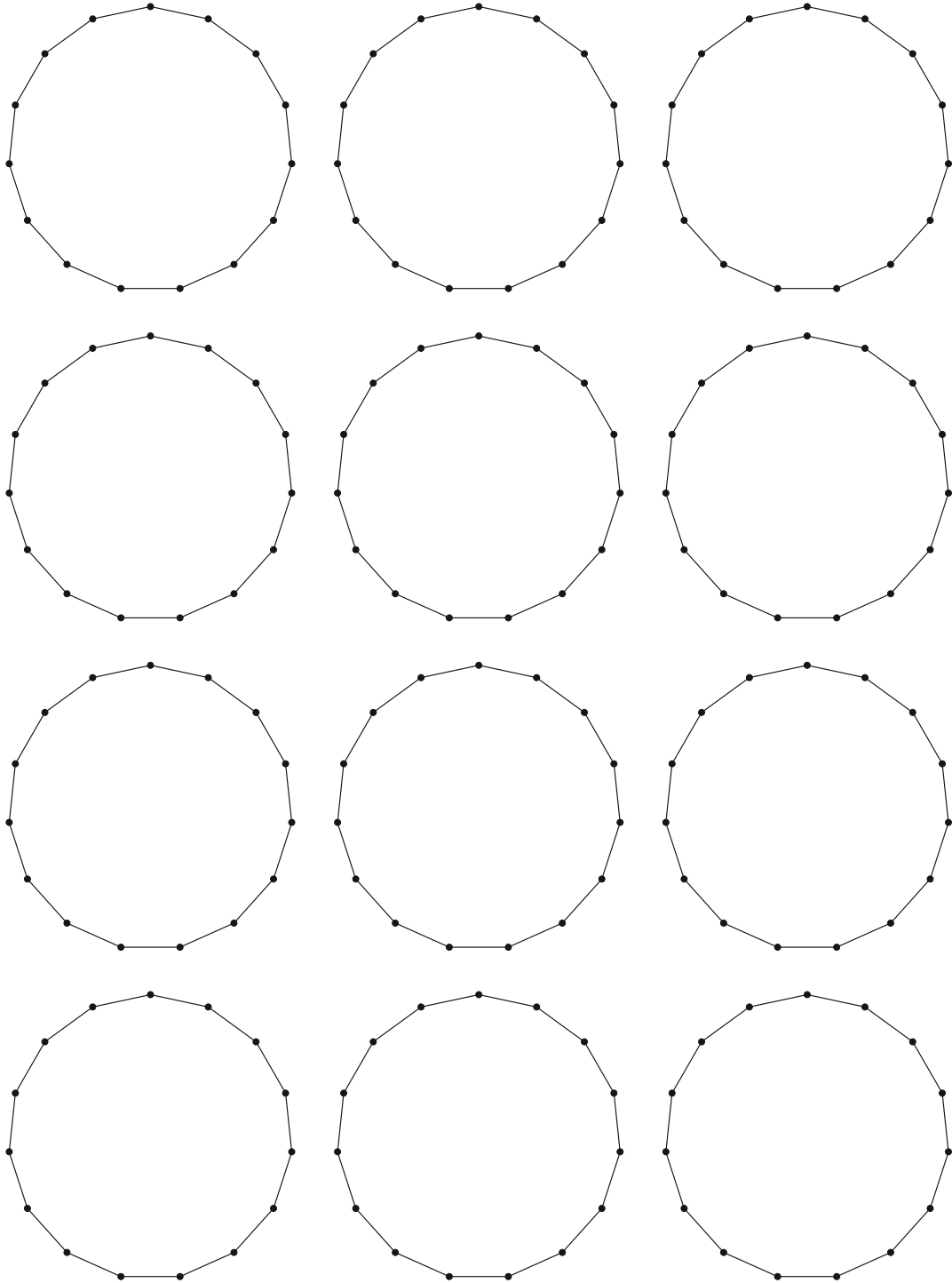
I en 2017 moviments?

ANNEX

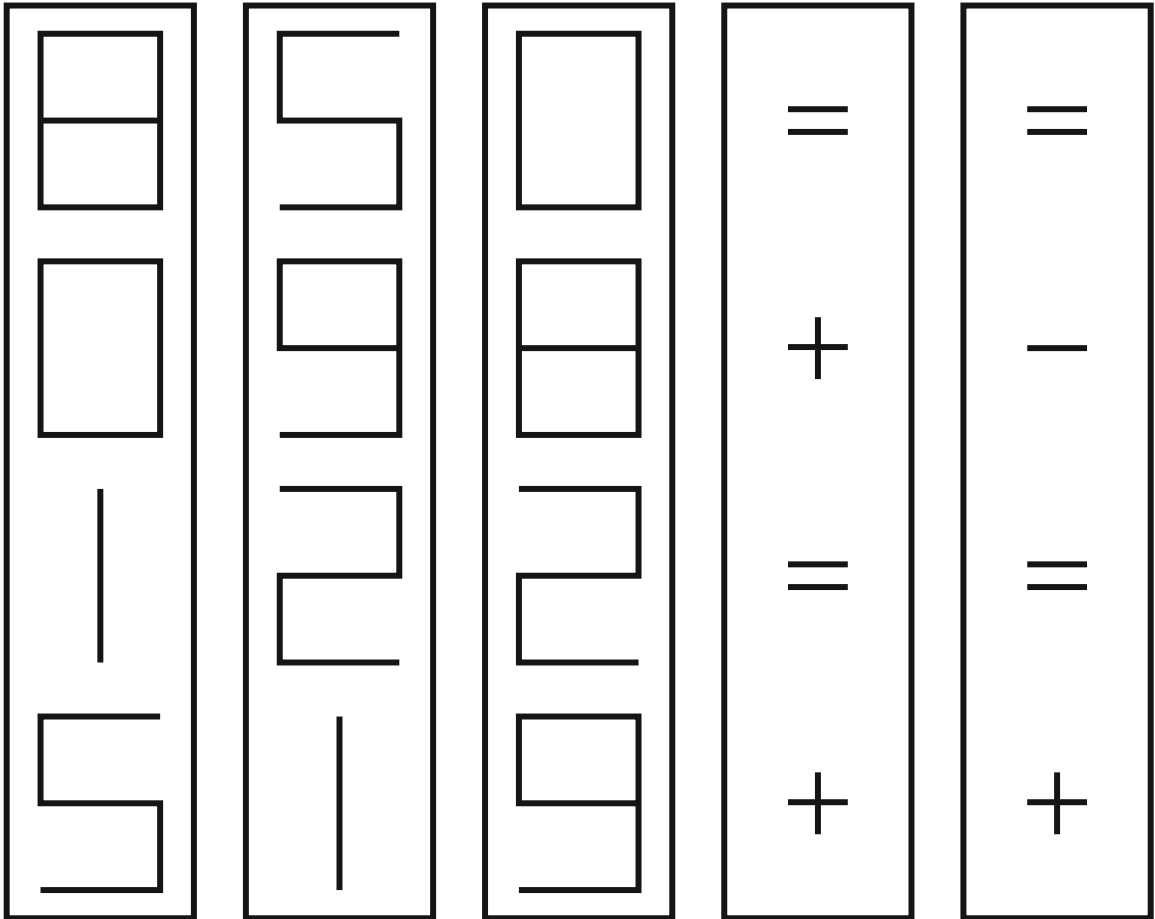
Per a la primera activitat, dibuixeu triangles inscrits als hexàgons, octàgons i pentadecàgons







Retalleu i manipuleu aquestes tires per resoldre l'apartat d) de la segona activitat.



Taulers que podeu utilitzar per fer l'activitat 3

| | |
|--|--|
| | |
| | |

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |