



Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de **tres** o **quatre** alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera per participar-hi.

En el Fem Matemàtiques valorem, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions.

Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat.

D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.

Al final, després dels enunciats, hi ha un annex que us ajudarà a resoldre cadascun dels tres reptes. Per al segon problema hi ha les 5 tires que heu de retallar i manipular per resoldre l'apartat d.

Finalment, trobareu uns taulers per solucionar el tercer repte.

L'últim consell és que gaudiu resolent problemes de matemàtiques

1.- Construïm triangles i quadrilàters

El Ramon té 12 pals, entre els quals n'hi ha 3 que mesuren 1 cm, 3 que mesuren 2 cm, uns altres 2 que mesuren 3 cm, uns altres 2 pals que mesuren 4 cm cadascun i, finalment, 2 més que mesuren 5 cm. El Ramon vol construir triangles agafant tres d'aquests pals, de manera que cada costat d'un triangle sigui només un pal i sense trencar cap pal.

Quins són tots els triangle equilàters que es poden aconseguir?

Quins són tots els triangles isòsceles que es poden formar?

Quins són els triangles escalens?

Si arriba la Maria portant 4 pals, dels quals n'hi ha 1 que mesura 5 cm, 1 que mesura 6 cm, 1 que mesura 8 cm i un altre que mesura 13 cm.

Si unim els pals del Ramon i de la Maria, i amb aquests pals volem construir triangles

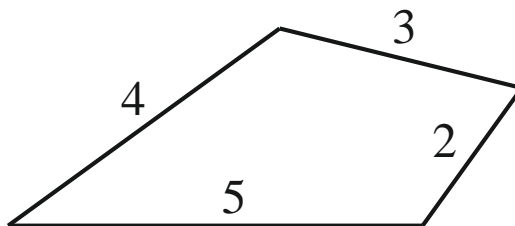
Quins són tots els triangle equilàters que es poden aconseguir?

Quins són tot els triangles isòsceles que es poden formar?

Quins són els triangles escalens?

Si s'agafa els pals del Ramon i unim 4 pals, quins són tots els rectangles que es poden formar?

Si s'escull un pal de 2 cm, un de 3 cm, un de 4 cm i un de 5 cm, aleshores es pot formar un quadrilàter



Quins són tots els conjunts de 4 pals d'entre els 12 pals que ha portat el Ramon amb els quals es poden construir un quadrilàter?

Nota: Heu de justificar que només hi ha les solucions que doneu, heu de justificar quins conjunts de 3 pals no formen un triangle, així com també els conjunts de 4 pals que no formen un quadrilàter

2.- **Juguem i comptem**

En cadascun dels apartats següents heu d'esbrinar si hi ha una sola solució, o pel contrari n'hi ha diverses; en aquest cas heu d'apuntar totes les solucions possibles. En els apartats f) i g) només cal donar una solució.

En els dos primers apartats es tracta de substituir les lletres per nombres de manera que dues lletres iguals corresponen a 2 xifres iguals, 2 lletres diferents corresponen a dos nombres diferents i cap lletra inicial pot ser 0, és a dir cap nombre pot començar per 0.

a) Resoleu el següent enigma:

$$\mathbf{CL + NA = SAL}$$

on SAL és un nombre primer, els únics divisors d'aquest nombre són l'1 i ell mateix, i CL és un quadrat perfecte

b) Resoleu el següent enigma

$$\text{Si } \begin{cases} \text{PERA} \times \text{E} = 19138 \\ \text{PERA} \times \text{A} = 10936 \end{cases}$$

Trobeu $P + A + R + E$

c) Observeu el requadre de sota i podeu comprovar que la suma dels elements de cada fila sumen el mateix i el producte dels elements de cada columna, també és el mateix.

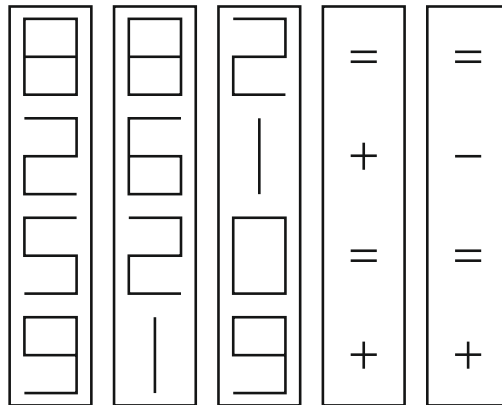
2	20	15
30	3	4

La suma dels nombres de la primera fila és $2 + 20 + 15 = 37$, els nombres de la segona fila sumen també 37, $30 + 4 + 7 = 37$, i els productes de cada columna donen 60, ja que $2 \times 30 = 20 \times 3 = 15 \times 4$.

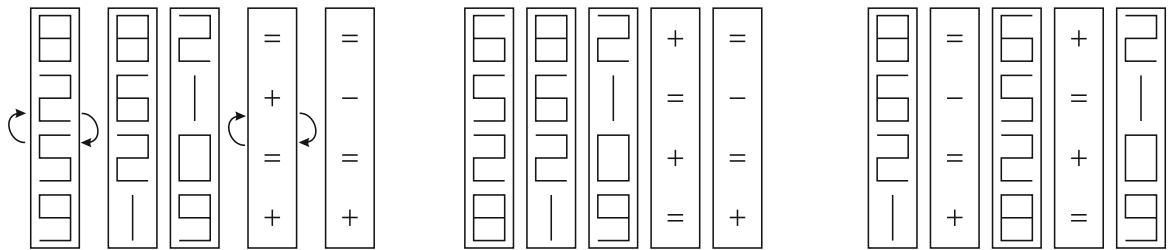
Completeu la següent taula de manera que el producte dels nombres de cada columna sigui el mateix i que la suma dels elements de cada fila sigui també el mateix

	8	
3		12

d) Les tires verticals contenen 4 xifres o símbols matemàtics. Reordeneu aquestes tires, algunes de les quals s'han de posar al revés, de manera que es compleixen les igualtats de cada fila. Per exemple si tenim:

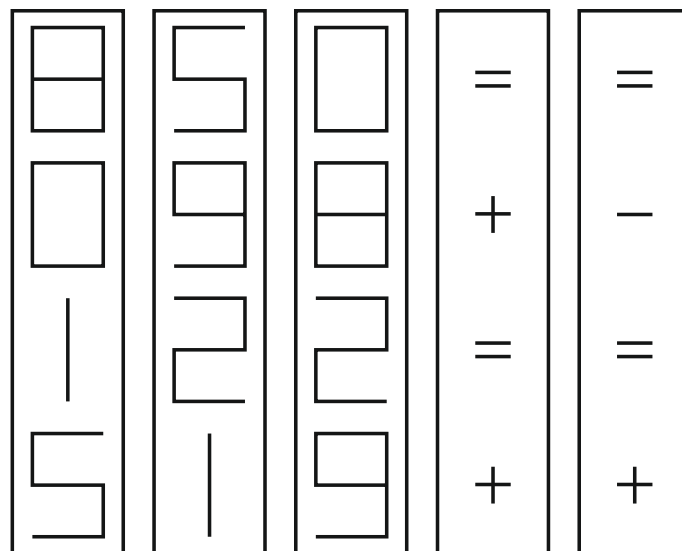


Aleshores, es giren la primera i la quarta tira, i després s'ordenen.



I, efectivament, es compleix: $8 = 6 + 2$, $6 - 5 = 1$, $2 = 2 + 0$ i $1 + 8 = 9$.

Intenteu fer el mateix amb aquestes 5 tires:



- e) La Conjectura de Goldbach diu: *Tot nombre enter parell superior a 2 es pot escriure com a suma de dos nombres primers.*

Poseu el 18 com a suma de dos nombres primers

Poseu el 50 com a suma de dos nombres primers

Doneu totes les solucions possibles

- f) El teorema dels quatre quadrats diu que *qualsevol nombre natural es pot posar com a suma de, com a molt, 4 quadrats.*

Exemples: $3 = 1^2 + 1^2 + 1^2$

$$31 = 5^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2$$

Podríeu posar el 40, 60 i 80 com a suma d'exactament quatre quadrats diferents de 0

Dels tres nombres anteriors, quins es poden posar com a suma de dos quadrats?

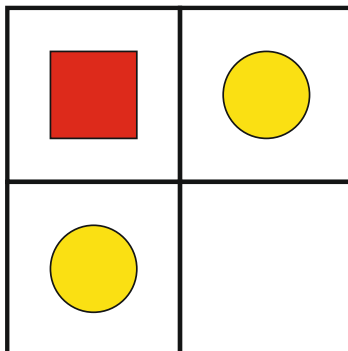
- g) El nombre 100 es pot posar, amb operacions combinades utilitzant únicament sis 4, per exemple

$$100 = (4 \cdot 4 + 4) \cdot \left(4 + \frac{4}{4}\right) \text{ o bé } 100 = 44 \cdot \sqrt{4} + 4 + 4 + 4$$

Utilitzant només la xifra 4 i operacions elementals, suma, resta, multiplicació, divisió, arrel quadrada, potenciació, parèntesis; poseu els nombres 40, 60 i 80 utilitzant exactament quatre 4.

3.- Fitxes i taulers

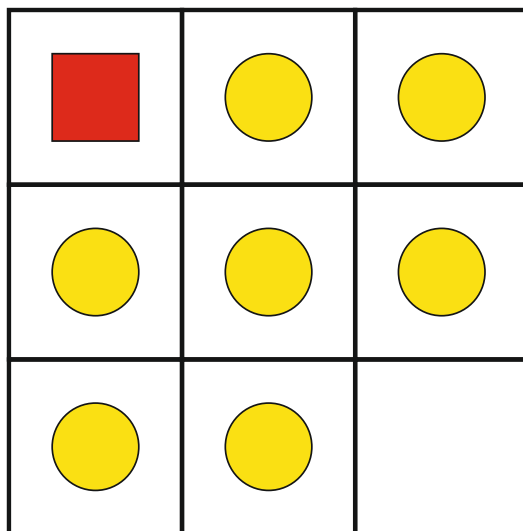
Sigui un tauler format per 2 x 2 quadrats i dos fitxes circulars i una quadrada, tal i com es veu a la figura:



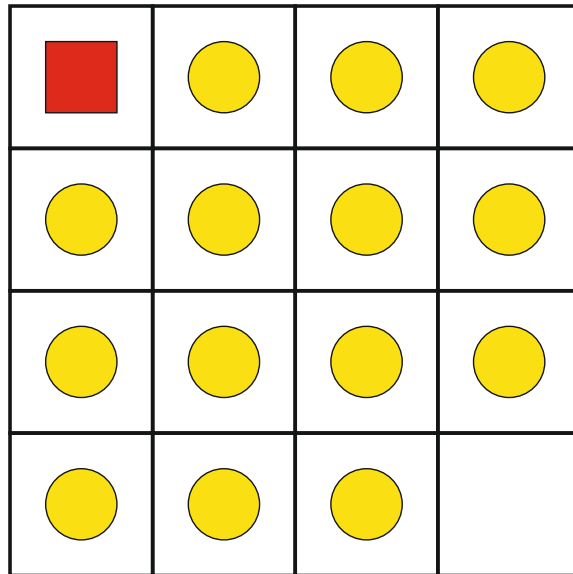
En aquest tauler es pot moure una fitxa cap una altra casella, sempre que al seu costat hi hagi una casella buida, només es pot moure en horitzontal o vertical i mai en diagonal

a) Si cada vegada que es mou una fitxa es compta un moviment, quin és el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?

b) I si les dimensions del tauler són de 3 x 3, quin és el nombre mínim de moviments que s'haurà de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?



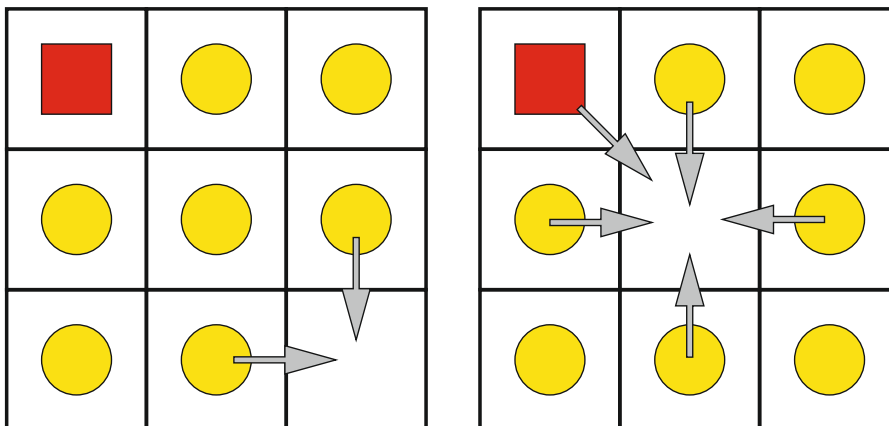
c) I si el tauler és de 4 x 4, quin és el nombre mínim de moviments que haurem de fer per aconseguir portar la fitxa quadrada fins a la casella buida?



Podríeu intuir què passaria si el tauler fos de 5 x 5 ? I si fos de 6 x 6 ?

Ara es canvien les regles, les fitxes circulars només es poden moure en horitzontal i vertical quan la casella del contigua és buida però la quadrada només es pot moure en diagonal sempre que hi hagi una casella buida que toqui en un vèrtex.

Exemple de moviments, només es poden moure les fitxes que tenen una fletxa i s'han de moure cap a la casella buida



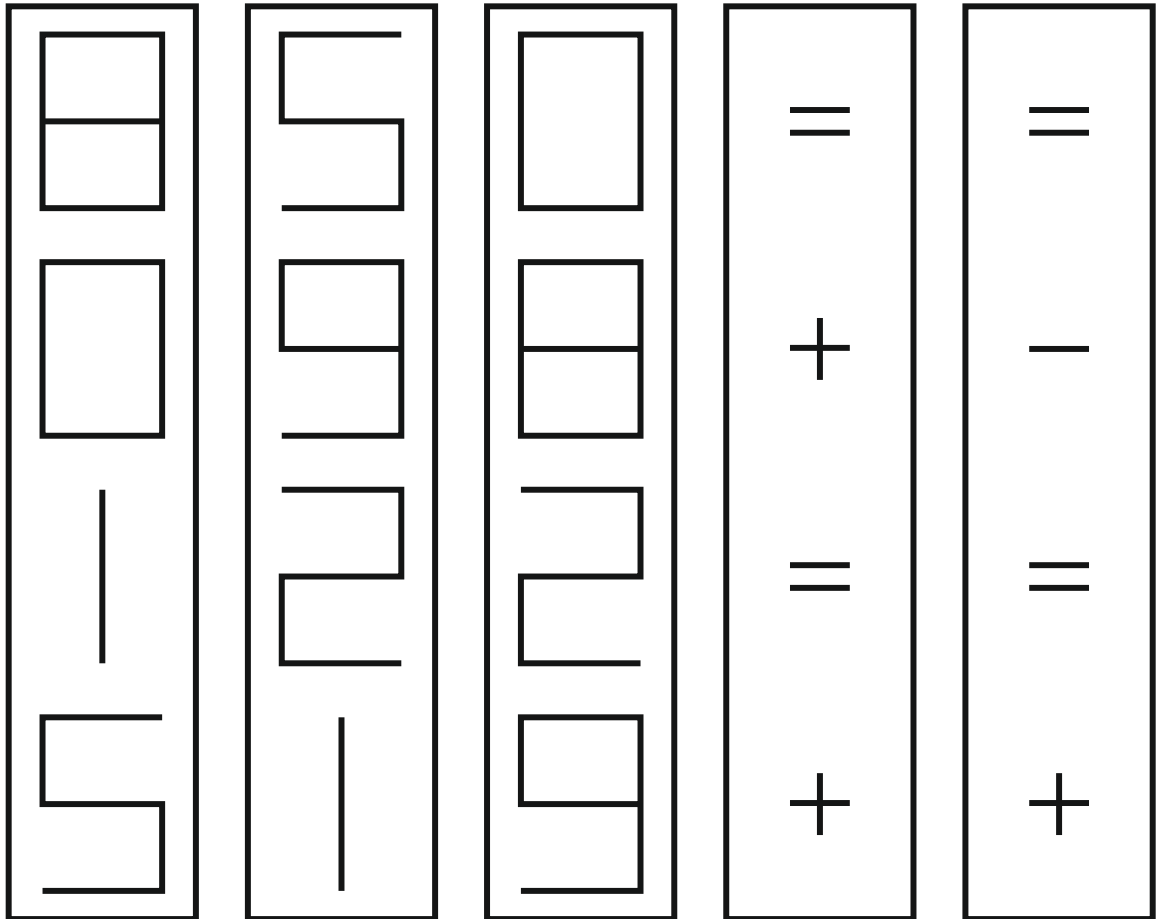
e) Amb les noves normes quin haurà de ser el nombre mínim de moviments per portar la fitxa quadrada fins a la casella buida si les dimensions del tauler són de 2 x 2?

f) I si el tauler és de 3 x 3?

g) I si és de 4 x 4?

ANNEX

Retalleu i manipuleu aquestes tires per a resoldre l'apartat d) de la segona activitat.



Taulers que podeu utilitzar per fer l'activitat 3

