



Primera fase

1r d'ESO (Nivell 2)

Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de tres o quatre alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valoren, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions. Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Us recomanem, en la mesura que sigui possible, treballar amb material manipulatiu, com per exemple fitxes de dominó per al problema de totes blanques, totes negres.

Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat. D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.



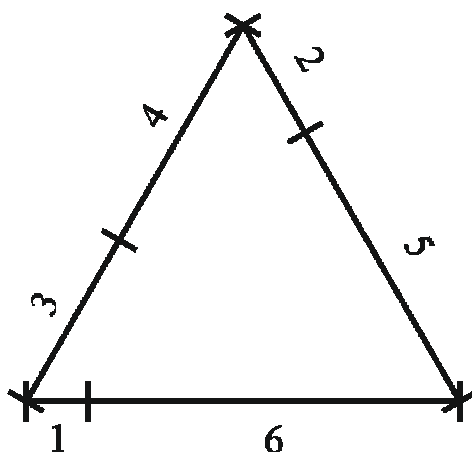
1. TRIANGLES, QUADRATS I RECTANGLES

Primera part: triangles equilàters

A la Júlia li donen cinc pals, que mesuren respectivament 2, 3, 4, 5 i 6 cm de llargada. Ha d'agafar un sisè pal d'una capsa on n'hi ha molts i de qualsevol mida entera i positiva (n'hi ha d'1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm ...).

Amb els 6 pals ha de construir un triangle equilàter.

Exemple: si agafés un pal d'1 cm, tindria sis pals que mesuren en cm: 1, 2, 3, 4, 5 i 6; agrupant el 6 amb l'1, el 2 amb el 5 i el 3 amb el 4 podria fer un triangle equilàter de 7 cm de costat.



a) De quantes maneres més podrà formar un triangle equilàter amb els cinc pals inicials i afegint-ne un més? Descriviu totes les combinacions possibles.

Nota: no cal que cada costat estigui format per dos pals.

b) Observeu alguna relació entre les mides dels pals nous que heu agafat en cada cas (en l'exemple hem agafat el d'1cm)? I observeu alguna relació entre els diferents perímetres dels triangles que aneu obtenint? Aproveiteu-ho per explicar per quin motiu podeu assegurar que només hi pot haver les possibilitats que heu trobat.

c) Després a la Júlia li proposen la mateixa activitat, però els cinc pals que li donen ara mesuren 4, 5, 6, 7 i 8 cm respectivament. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

d) A continuació podeu explorar altres cinc mides inicials (per no complicar-nos excessivament, sempre podeu escollir cinc mides de nombres enters consecutius) i treure'n conclusions.

Segona part: rectangles i quadrats

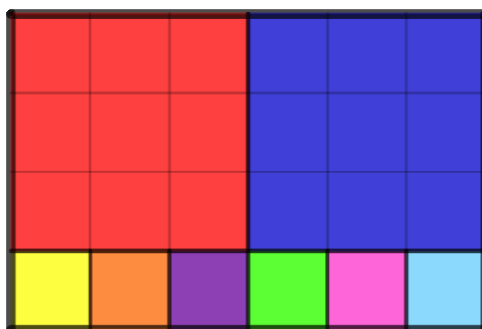
e) La Júlia té ara els pals de 2, 3, 4, 5 i 6 cm respectivament i, agafant un altre pal, ha d'aconseguir construir un rectangle de manera que la base sigui el doble de l'altura, és a dir, un costat ha de ser el doble de l'altre. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

f) La Júlia torna a tenir els pals de 2, 3, 4, 5 i 6 cm i ha d'agafar dos pals més de la caixa de manera que, amb els set pals, ha de construir un quadrat. Descriviu totes les combinacions possibles i digueu també quina característica tenen en comú els pals nous i els perímetres que aneu obtenint.

2.TRENCACLOSQUES DE RECTANGLES I QUADRATS

Anem a fer trencaclosques artístics amb rectangles i quadrats!

Dibuixem un rectangle de 6 x 4 i el descomponem en quadrats de la següent manera:



- Hi ha alguna altra manera de descompondre'l? Dibuixa'n tres més.
- Quina de les diferents possibilitats que heu fet té el mínim número de quadrats possibles?
- Hi ha alguna manera d'aconseguir menys quadrats? Feu la vostra conjectura abans de continuar amb la investigació.

Per dibuixar els rectangles, agafeu els fulls quadriculats que us tenim preparats.

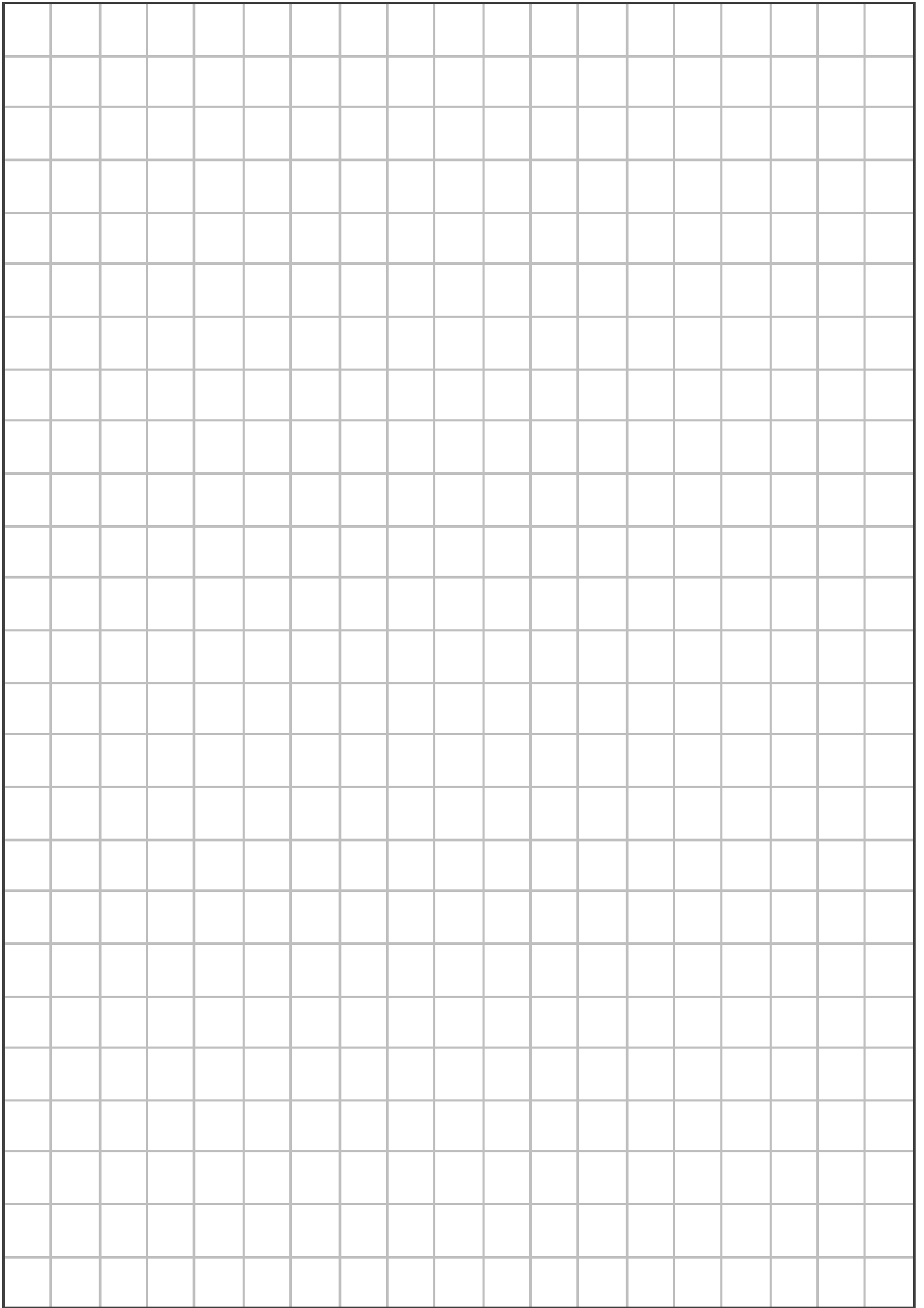
Ara descomponeu un rectangle de 5 x 11 i un altre de 12 x 10 de manera que tinguin el mínim número de quadrats possibles.

- Quina de les diferents possibilitats que heu fet té el mínim número de quadrats possibles?
- A quina conclusió heu arribat?

Agafeu una tauleta o l'ordinador i visualitzeu aquest vídeo:
<https://scratch.mit.edu/projects/258919973/>

Proveu el que fa el ratpenat amb els rectangles que heu dibuixat abans. També podeu fer proves amb altres rectangles.

- f) Per què el ratpenat només dibuixa un tipus de descomposició si n'hi ha més d'una? Intenteu deduir les condicions que li han posat al ratpenat per descompondre els diferents rectangles.
- g) Podríem predir d'alguna manera la mesura del quadrat més petit segons la mesura dels costats del rectangle que introduïm? Justifiqueu el vostre raonament.
- h) Sabríeu predir, sense dibuixar els rectangles, quin és el costat del quadrat més gran en un rectangle amb costats molt grans? Per exemple, en un rectangle de costats 300 i 220?
 - i) I el més petit?
 - j) Què representa el quadrat petit respecte als números introduïts?



3. TOTES BLANQUES, TOTES NEGRES

Aquest és un joc per a un jugador. Tens 7 fitxes que són blanques per una cara i negres per l'altra disposades de la següent manera:



Un moviment consisteix a tombar dues fitxes consecutives alhora.

Es tracta d'aconseguir totes les fitxes blanques en el menor nombre possible de moviments.

a) Joga unes quantes vegades. En quants moviments ho has aconseguit? Creus que es pot aconseguir amb menys moviments? Raona la teva resposta.

b) Canviem ara les normes del joc. En lloc de totes blanques, vols aconseguir les fitxes totes negres. Prova-ho unes quantes vegades. Explica les conclusions a les quals arribes.

Juga ara amb 9 fitxes disposades de la següent manera:



c) En quants moviments pots aconseguir que totes les fitxes siguin blanques? I que siguin negres? Explica les teves conclusions.

d) Ara es produeix una situació curiosa. Mentre estaves fent proves amb les 9 fitxes, en un moment en què no estaves mirant-les, un company teu te n'ha pres una i et pregunta si ets capaç d'endevinar si era blanca o era negra. Què li respons?

e) Per tornar-li la broma al teu company, ara tens l'oportunitat d'escollir el nombre de fitxes per jugar, la seva disposició inicial i també les normes del joc. Quin joc li proposes? Amb quin objectiu? Què esperes que passi?