



## Primera fase

### 2n d'ESO (Nivell 3)

Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de tres o quatre alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valoren, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions. Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera. Us recomanem, en la mesura que sigui possible, treballar amb material manipulatiu, com per exemple polícubs, daus,...

Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat. D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.



# 1. NOMBRES SENARS

L'Ariadna està provant de fer formes amb els nombres senars i li sembla que ha descobert un resultat interessant quan forma quadrats.

|   |   |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 5 | 7 |

- Mira Dídac, si sumes la primera fila el resultat és  $1+3=4$ , si sumes qualsevol de les dues diagonals el resultat és  $1+7=8$ , i  $3+5=8$ , i si sumes tots els números del quadrat el resultat és  $1+3+5+7=16$ . No et sembla curiós?
- Curiós per què? Els resultats són 4, 8 i 16. No hi veig la relació.
- Anem a veure. Fem-lo més gran:

|    |    |    |
|----|----|----|
| 1  | 3  | 5  |
| 7  | 9  | 11 |
| 13 | 15 | 17 |

1. Podeu ajudar l'Ariadna a mostrar-li al Dídac què hi ha de curiós en aquests quadrats? Expliqueu-ho de forma molt clara.
2. Feu una petita investigació amb quadrats de diferents mides, col·locant de forma correlativa els nombres senars, i sumant, en cada cas, els nombres de la primera fila, qualsevol de les dues diagonals i tots els nombres del quadrat. Hi ha alguna relació entre tots aquests resultats i la dimensió del quadrat? Expliqueu-ho de forma molt clara.
3. Apliqueu els resultats de la vostra investigació per respondre: Quina és la dimensió del costat del quadrat si la suma dels números de la primera fila val 100? I si val 676?

4. Seria bo que poguéssiu respondre sense construir el quadrat: Quins números hi haurà a la diagonal del quadrat de costat 7? Expliqueu com els heu obtingut. Sabríeu generalitzar un procediment?

Després de jugar-hi una mica, l'Ariadna prova de posar els nombres senars formant un triangle i els suma per files.

```
      1
     3  5
    7  9 11
```

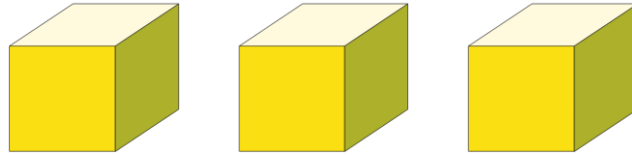
5. Dibuixeu un triangle amb tantes files com us calgui i sumeu-ne les files. Podeu trobar alguna relació entre els nombres que hi apareixen i les dimensions dels triangles? Expliqueu molt clarament la vostra resposta.
6. Quina és la dimensió del triangle si la suma dels números de l'última fila val 4913? Expliqueu molt clarament la vostra resposta.

No contenta amb això, l'Ariadna encara ha anat més enllà. Se li ha acudit agafar triangles de diferents mides i sumar-ne tots els nombres.

7. Analitzeu tots aquests resultats. Sabríeu trobar alguna relació entre ells?
8. Quina és la dimensió del triangle si la suma de tots els seus nombres és 6084?

## 2. CUBS BLAUS I GROCS

En Joan té molts cubs grocs petits



N'enganxa uns quants i forma un cub. Quan ha acabat, el pinta per fora de color blau, tal i com es veu a la figura 1.

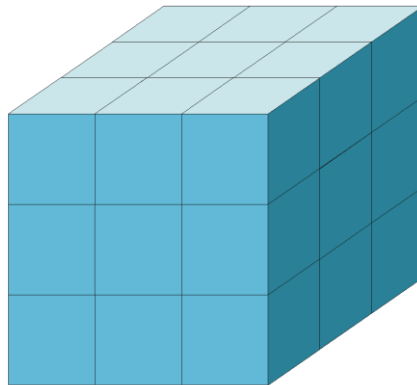
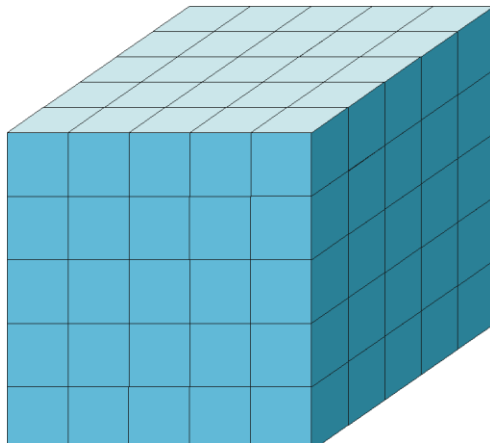


Figura 1

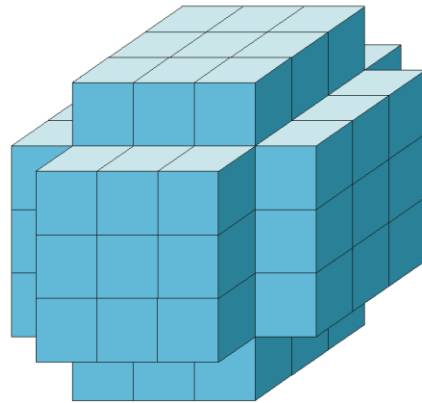
1. Investigueu i justifiqueu les vostres respostes:

- Quants cubs petits grocs ha necessitat per fer aquest cub més gran?
- Si desmuntem la figura quants cubs hi haurà totalment grocs?
- Quants cubs petits tenen només una cara pintada de color blau?
- Quants en tenen exactament dues de pintades?
- Quants en tenen tres? I quatre? I cinc? I sis?

2. Seguidament, agafa més cubets grocs i forma dos cubs una mica més grans. El primer l'ha deixat complet (figura 2) i al segon li ha tret els cubs de les arestes (figura 3). Finalment, els ha pintat tots dos de blau.



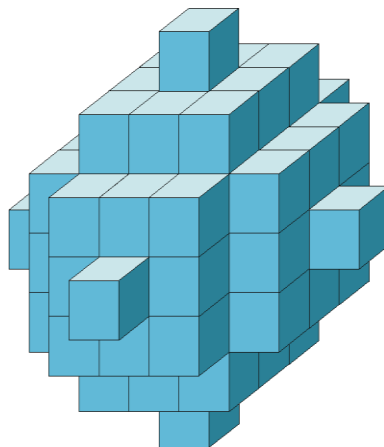
**Figura 2**



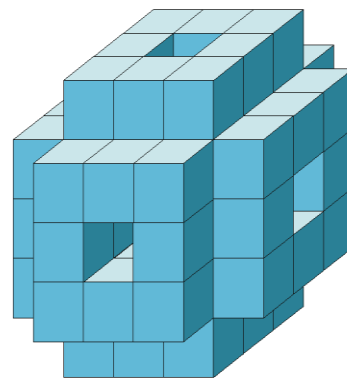
**Figura 3**

- a) Podríeu dir quants cubets petits hi ha en cada figura que no tenen cap cara pintada de color blau?
- b) I quants n'hi ha que només en tenen una?
- c) Quants en tenen dues? I tres? I quatre? I cinc?

3. En Joan és un veritable artista, i ara ha construït les dues figures de baix (figura 4 i figura 5) i les ha pintat.



**Figura 4**



**Figura 5**

Si després desmunta les dues peces, tindrà cubets grossos i d'altres que tenen algunes cares pintades de color blau. Creieu que serà capaç de tornar a construir, sense pintar cap cara de nou i sense afegir ni treure cap cubet, alguna de les figures següents?

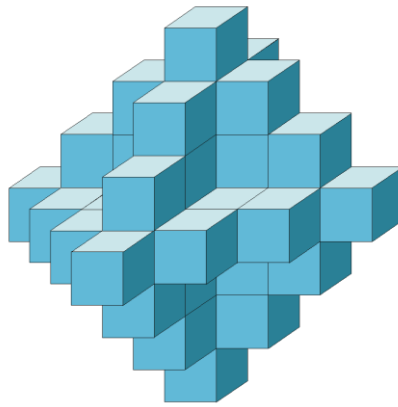


Figura 6

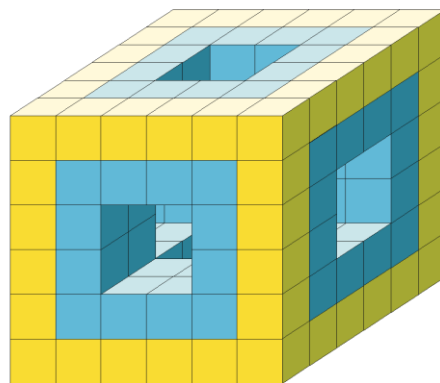
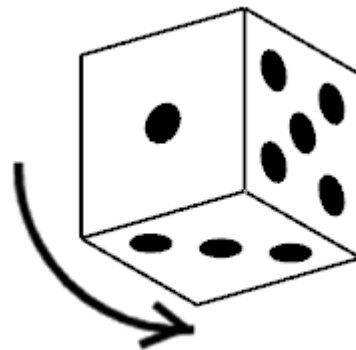


Figura 7

### 3. GIRA ELS DAUS

Llançem dos daus cúbics a l'atzar. Un cop llançats, en tombem primer un i després l'altre, girant en cada cas sobre una de les seves arestes; amb això ens acaben d'aparèixer dos nombres a la cara superior (els anomenarem nombres-puntuació). Finalment sumem els valors d'aquests dos nombres-puntuació, i obtindrem un resultat que anomenarem resultat-suma.



Per exemple, llançem els daus i ens surten inicialment els números 2 i 4. El primer dau, en què ha sortit un 2, el tombem cap a un costat i aconseguim el nombre-puntuació 6 sobre el dau. El segon dau, que tenia inicialment un 4, el tombem i obtenim el nombre-puntuació 2 al damunt. Finalment ens quedem amb el resultat-suma final que és  $6+2=8$ .

Atenent a aquestes regles, responeu les següents situacions:

- Explorem una mica aquest joc. Per exemple: Quins resultats-suma dels dos daus podem obtenir si inicialment han sortit els nombres 1 i 3? I si han sortit inicialment el 3 i el 6? I si han sortit inicialment dos quatres?
- L'Oriol va estar fent proves i assegura que amb un nombre inicial 1 i un altre número inicial que no recorda va aconseguir tots els resultats-suma menys el 12. La lvet li contesta que no pot ser, que a ella sempre li ha faltat el 12 i també li ha faltat un altre número. Vosaltres qui creieu que té raó? Justifiqueu clarament la vostra resposta.
- Quina combinació inicial de nombres hauria de sortir per poder aconseguir tots els resultats-suma del 2 al 12? N'hi ha més d'una? És possible que hagueu respost buscant totes les possibles combinacions de nombres inicials i totes les seves possibilitats de resultats-suma; però... sense haver-ho fet, creieu que ja podíeu haver eliminat de la vostra resposta alguna combinació inicial? Expliqueu-ho clarament.
- Si han sortit inicialment els nombres 1 i 2, i girem els daus a l'atzar, quin és el resultat-suma més probable? I si han sortit inicialment l'1 i el 3? I el 2 i el 3? Expliqueu-ho clarament en cada cas.

Ara modificarem les regles per convertir-ho en un joc per a dos jugadors.

Jugaran dos jugadors: l'Oriol i la Ivet. L'Oriol col·loca el dau sobre la taula, mostrant la puntuació de l'1 al 6 que ell ha desitjat. A continuació la Ivet gira el dau al voltant d'una aresta, la que ella desitgi, amb la qual cosa acaba de mostrar una puntuació a la cara superior. Aquestes dues puntuacions, la de l'Oriol i la de la Ivet, se sumen obtenint un resultat-suma.

El joc prossegueix amb l'Oriol girant el dau al voltant d'una aresta, a partir de la posició de la Ivet; la nova puntuació que queda a la cara superior es suma a l'anterior resultat-suma, i se n'obté un de nou. I així successivament: Oriol - Ivet - Oriol - Ivet - ...

El joc s'acaba quan un dels dos fa una jugada que dona un resultat-suma superior a 9 (no igual a 9). Aquest és el jugador que perd.

e) Podríeu trobar una estratègia de manera que la Ivet sempre guanyés? I si l'objectiu del joc és que es perd quan se supera el 18? Podríeu generalitzar la vostra estratègia per a altres objectius? En quines condicions? Expliqueu clarament les vostres respostes.